

1) Introduction :

Certains cas particuliers de statique peuvent se résoudre à l'aide de constructions graphiques.

Il faut avant tout avoir un **problème plan**, il n'est pas facile de réaliser des constructions graphiques dans l'espace.

Nous allons aborder quelques cas particuliers.

La figure ci-contre représente une potence de maintien d'un palan. Le système du palan exerce sur la potence au point M un effort P de 2000 daN susceptible de se déplacer le long de la poutre (3).

Hypothèse de modélisation :

Les liaisons en A, B et D sont des liaisons pivots d'axe horizontal.

La liaison E est un pivot glissant d'axe vertical, tandis que la liaison en F est un pivot d'axe vertical.

Le poids des différentes pièces composant est négligé.

On traitera le problème dans le plan de la figure (A,x,y).

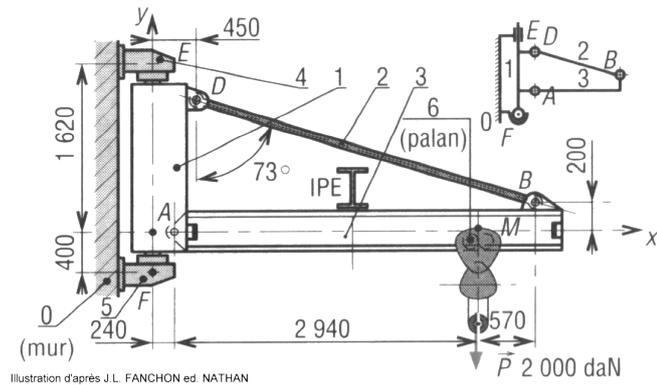


Illustration d'après J.L. FANCHON ed. NATHAN

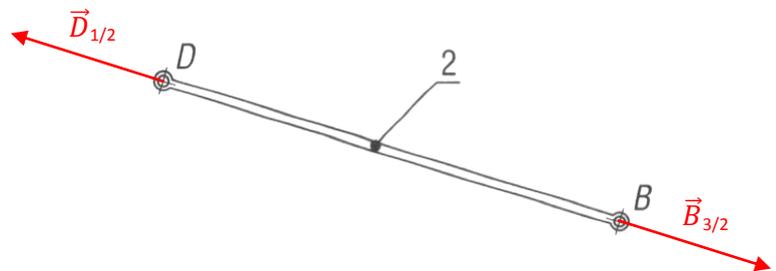
2) Cas d'un solide soumis à 2 forces :

Isolons la tige 2 :

Bilan des actions mécaniques extérieures :

Action à distance : 0

Action de contact : $\vec{D}_{1/2}$ et $\vec{B}_{3/2}$



Théorème : Si un solide est en équilibre sous l'action de 2 forces, alors ces 2 forces sont égales et directement opposées.

Ici, on a : $\vec{D}_{1/2} = -\vec{B}_{3/2}$

Tableau récapitulatif :

| Forces | Pt | Dir | Sens | Module |
|-----------------|----|------|------|--------|
| $\vec{D}_{1/2}$ | D | (DB) | ? | ? |
| $\vec{B}_{3/2}$ | B | (DB) | ? | ? |

On peut cependant déduire le sens des forces en présence avec un peu de réflexion. Mais attention aux aprioris !

3) Cas d'un solide soumis à 3 forces non parallèles :

Isolons la potence 3 :

Bilan des actions mécaniques extérieures :

Action à distance : \vec{P}

Action de contact : $\vec{B}_{2/3}$ et $\vec{A}_{1/3}$

Remarque : $\vec{B}_{2/3}$ est l'action mutuelle de $\vec{B}_{3/2}$ étudiée dans l'isolement précédent. Nous connaissons donc pour $\vec{B}_{2/3}$ le point d'application : A, la direction (DB), le sens : opposé à $\vec{B}_{3/2}$.

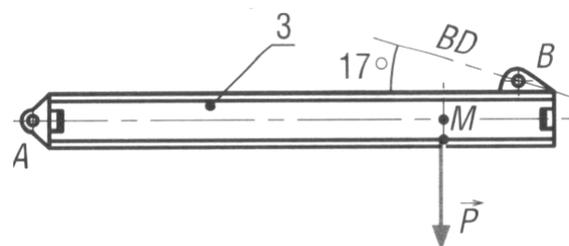


Tableau récapitulatif :

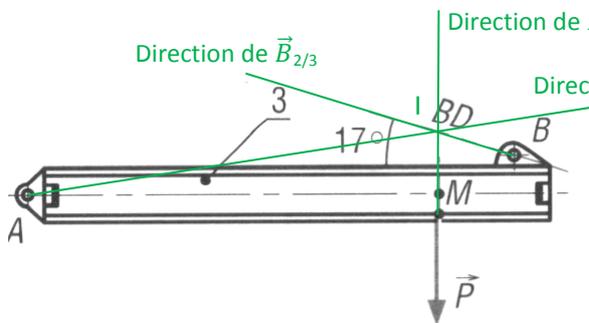
| Forces | Pt | Dir | Sens | Module |
|-----------------|----|------|------|----------|
| \vec{P} | M | vert | bas | 2000 daN |
| $\vec{B}_{2/3}$ | B | (DB) | ? | ? |
| $\vec{A}_{1/3}$ | A | ? | ? | ? |

Théorème : Si un solide est en équilibre sous l'action de 3 forces non parallèles, alors ces 3 forces sont coplanaires et concourante en un point I et la somme vectorielle de ces trois forces est nulle.

Ici, on a : $\vec{P} + \vec{B}_{2/3} + \vec{A}_{1/3} = \vec{0}$

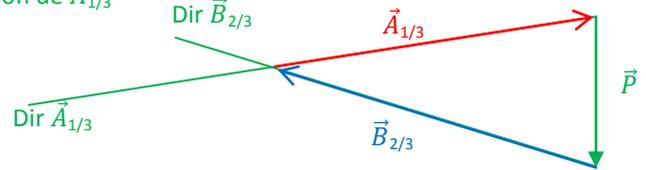
Construction graphique :

Recherche du point I :



Résolution par le dynamique des forces

Ech : 1cm \rightarrow 1000 daN



$\vec{A}_{1/3} = 4.3 \text{ cm}$ soit $||\vec{A}_{1/3}|| = 4300 \text{ daN}$

$\vec{B}_{2/3} = 4.4 \text{ cm}$ soit $||\vec{B}_{2/3}|| = 4400 \text{ daN}$

On complète le tableau récapitulatif.
On complète l'étude de la tige 2

4) Cas d'un solide soumis à n forces :

Isolons le pivot 1 :

Bilan des actions mécaniques extérieures :

Action à distance : 0

Action de contact : $\vec{D}_{2/1}$, $\vec{A}_{3/1}$, $\vec{F}_{5/1}$ et $\vec{E}_{4/1}$

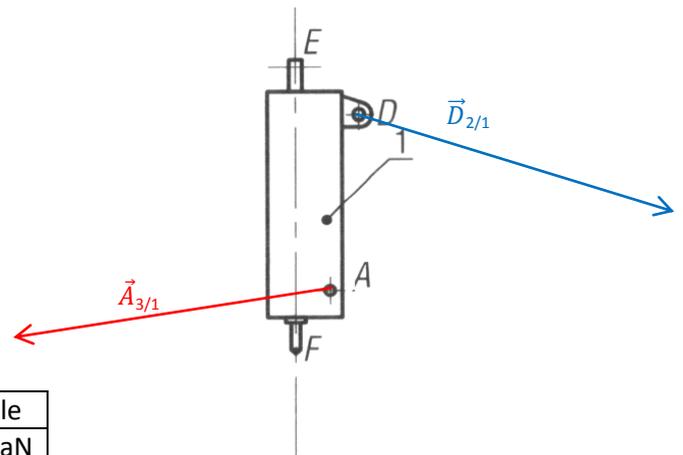


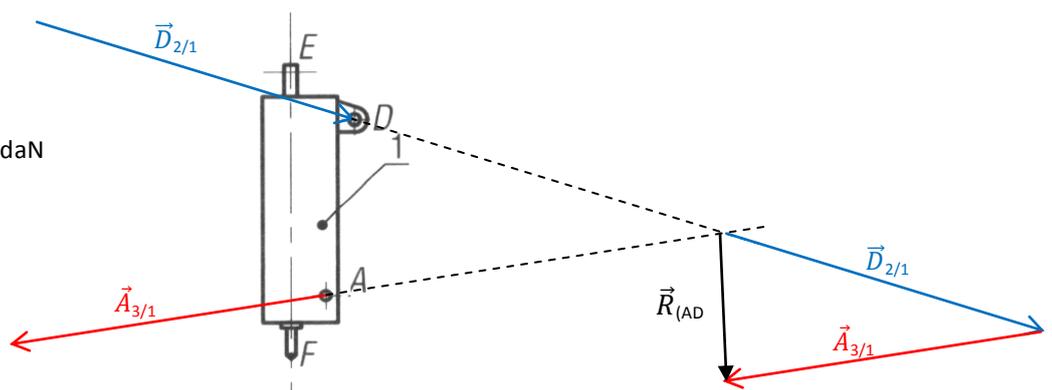
Tableau récapitulatif :

| Forces | Pt | Dir | Sens | Module |
|-----------------|----|------|--------|----------|
| $\vec{A}_{3/1}$ | A | (AI) | gauche | 4300 daN |
| $\vec{D}_{2/1}$ | D | (DB) | gauche | 4400 daN |
| $\vec{F}_{5/1}$ | F | ? | ? | ? |
| $\vec{E}_{4/1}$ | E | ? | ? | ? |

Ici le solide est soumis à l'action de 4 forces, il faut donc ramener le système à 3 forces. Pour cela nous allons utiliser la méthode de la résultante car 2 forces sont complètement connues ($\vec{A}_{3/1}$ et $\vec{D}_{2/1}$).

Tracer de la résultante $R_{(AD)}$:

$\vec{R}_{AD} = 2 \text{ cm}$ soit $||\vec{R}_{AD}|| = 2000 \text{ daN}$



Le système est maintenant soumis à 3 forces.

Le problème qui se pose à nous est que nous ne connaissons ni la direction de E ni la direction de F.

Regardons d'un peu plus près l'énoncé. On nous dit : " *La liaison E est un pivot glissant d'axe vertical, tandis que la liaison en F est un pivot d'axe vertical*".

Quelles sont les composantes des forces transmissibles par ces liaisons ?

Pour la liaison rotule en F : Mouvements possibles

| Axes | T | R |
|------|---|---|
| x | 0 | 0 |
| y | 0 | 1 |
| z | 0 | 0 |

Actions transmissibles

| Axes | Forces | Moments |
|------|--------|---------|
| x | X | L |
| y | Y | 0 |
| z | Z | N |

Les cases grisées ne sont pas prises en compte car pour Z, L et M le problème est plan dans (A,x,y), et pour N, la résolution graphique ne prend en compte que les forces.

Pour la liaison pivot glissant en E : Mouvements possibles

| Axes | T | R |
|------|---|---|
| x | 0 | 0 |
| y | 1 | 1 |
| z | 0 | 0 |

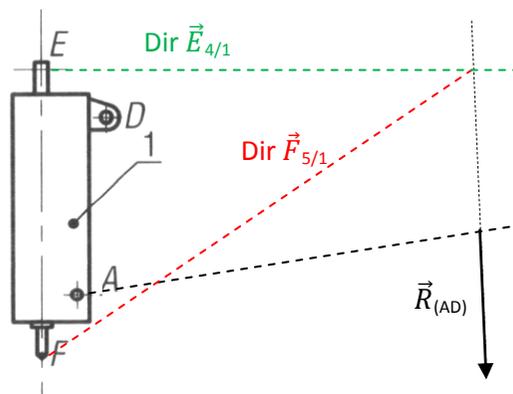
Actions transmissibles

| Axes | Forces | Moments |
|------|--------|---------|
| x | X | L |
| y | 0 | 0 |
| z | Z | N |

La force transmissible par la liaison en E est donc horizontale.

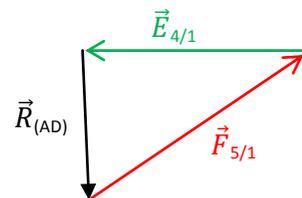
Nous pouvons maintenant faire la résolution graphique (voir page suivante).

Recherche du point I :



Dynamique des forces :

Ech : 1cm \rightarrow 1000 daN



$$\vec{E}_{4/1} = 2.9 \text{ cm soit } ||\vec{E}_{4/1}|| = 2900 \text{ daN}$$

$$\vec{F}_{5/1} = 3.5 \text{ cm soit } ||\vec{F}_{5/1}|| = 3500 \text{ daN}$$

\rightarrow FC05-FC06_Statique Exercice Avion (résolution graphique, bras de levier, torseurs)

5) Cas d'un solide soumis à 3 forces parallèles :

Considérons le système constitué d'une voiture, attelée à une remorque de bateau.

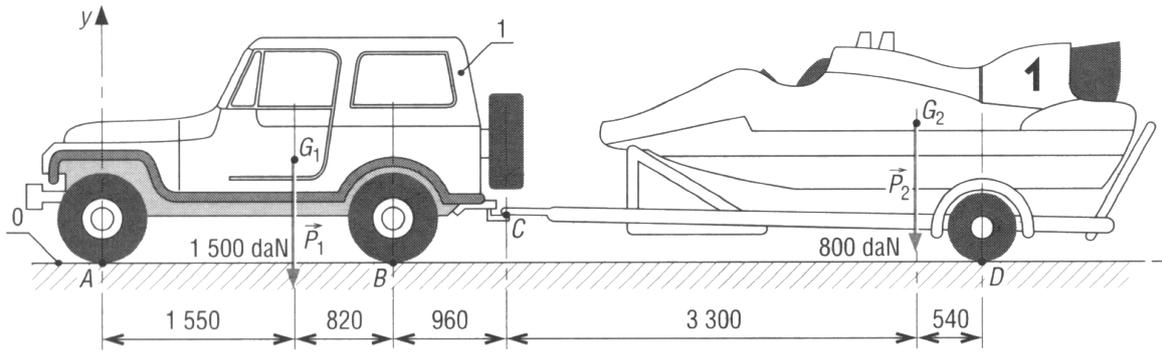


Illustration d'après J.L. FANCHON ed. NATHAN

Isolons la remorque :

Bilan des actions mécaniques extérieures :

Action à distance : 0

Action de contact : \vec{P}_2 , $\vec{C}_{1/2}$, $\vec{D}_{0/2}$

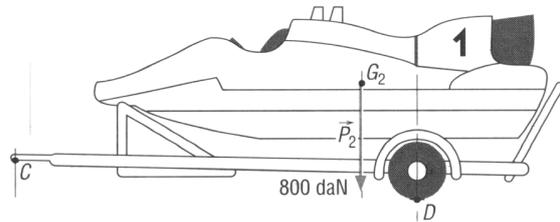


Tableau récapitulatif :

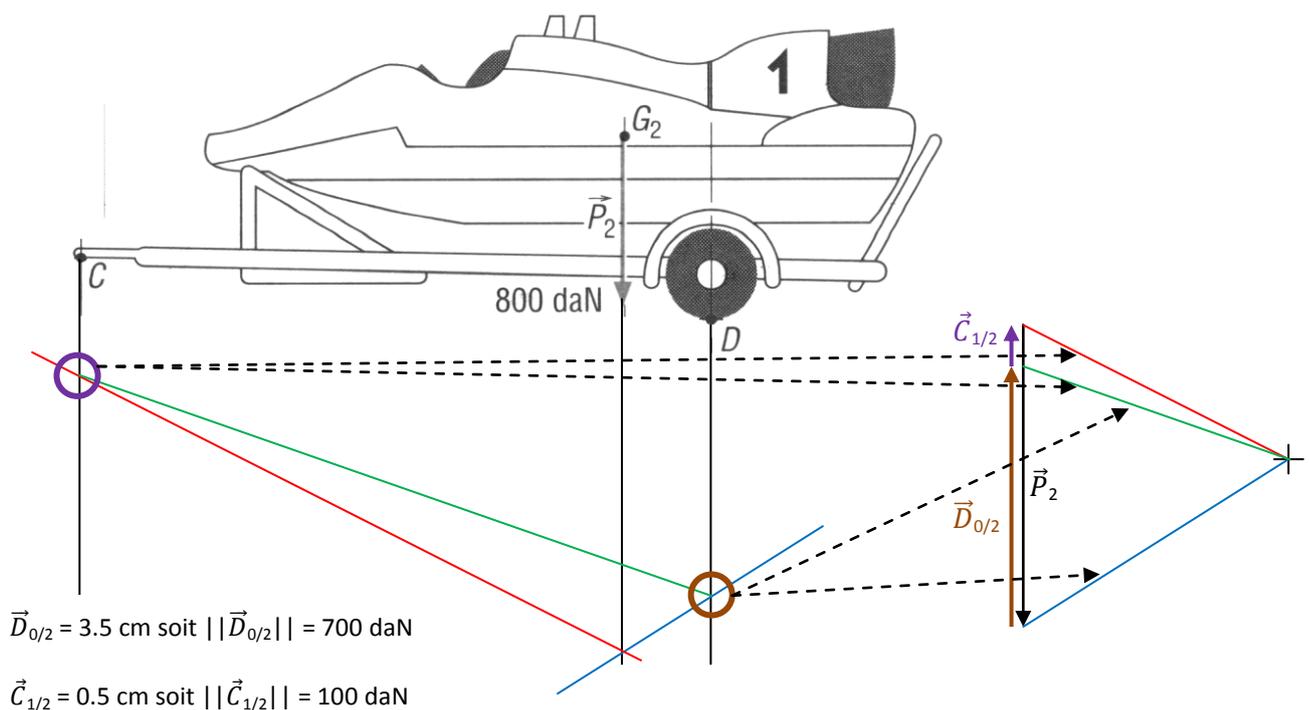
| Forces | Pt | Dir | Sens | Module |
|-----------------|-------|------|------|---------|
| \vec{P}_2 | G_2 | vert | bas | 800 daN |
| $\vec{D}_{1/2}$ | D | vert | ? | ? |
| $\vec{C}_{0/2}$ | C | ? | ? | ? |

Théorème : Si un solide est en équilibre sous l'action de 3 forces dont deux sont parallèles, alors la troisième force est parallèle aux deux premières et la somme vectorielle de ces trois forces est nulle.

Ici, on a : $\vec{P}_2 + \vec{D}_{1/2} + \vec{C}_{0/2} = \vec{0}$

Résolution graphique :

Ech : 1cm \rightarrow 200 daN



Isolons la voiture :

Bilan des actions mécaniques extérieures :

Action à distance : 0

Action de contact : $\vec{P}_1, \vec{C}_{2/1}, \vec{A}_{0/1}, \vec{B}_{0/1}$

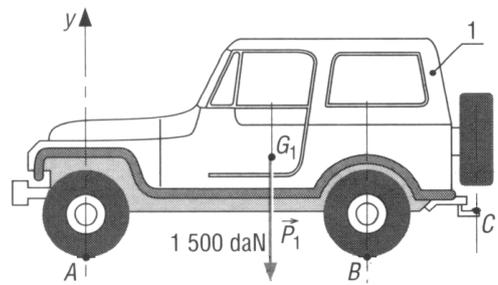


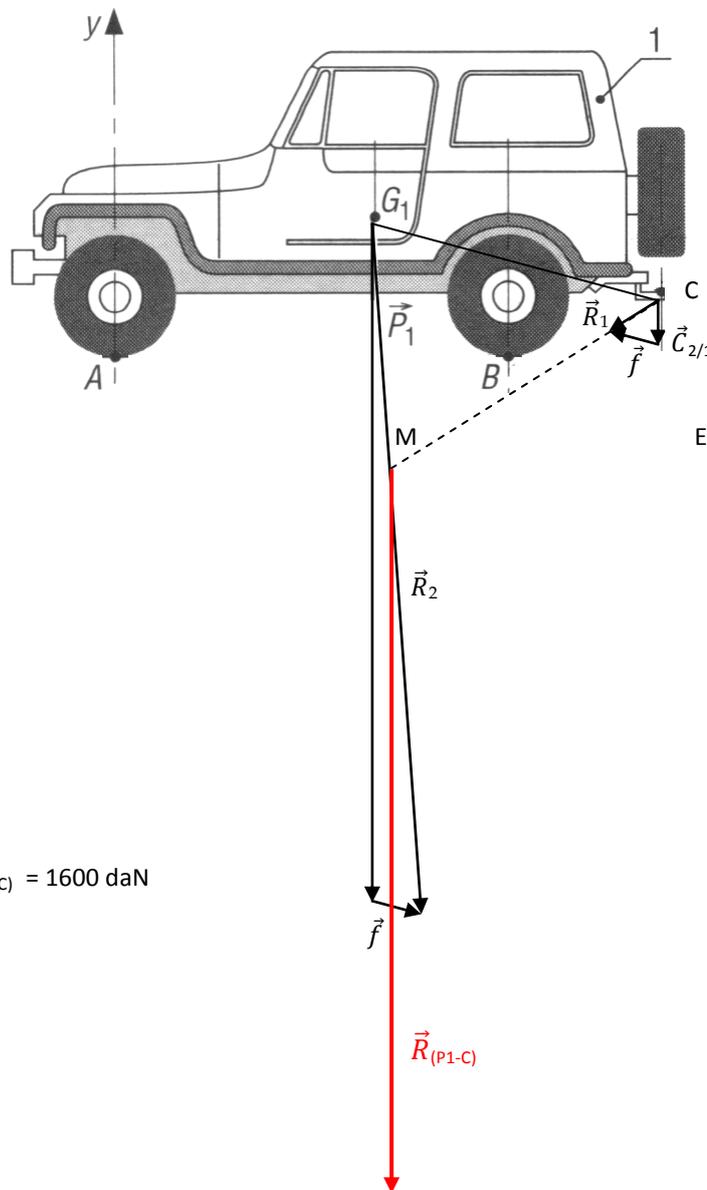
Tableau récapitulatif :

| Forces | Pt | Dir | Sens | Module |
|-----------------|-------|------|------|----------|
| \vec{P}_1 | G_1 | vert | bas | 1500 daN |
| $\vec{C}_{2/1}$ | D | vert | bas | 100 daN |
| $\vec{A}_{0/1}$ | A | ? | ? | ? |
| $\vec{B}_{0/1}$ | B | vert | ? | ? |

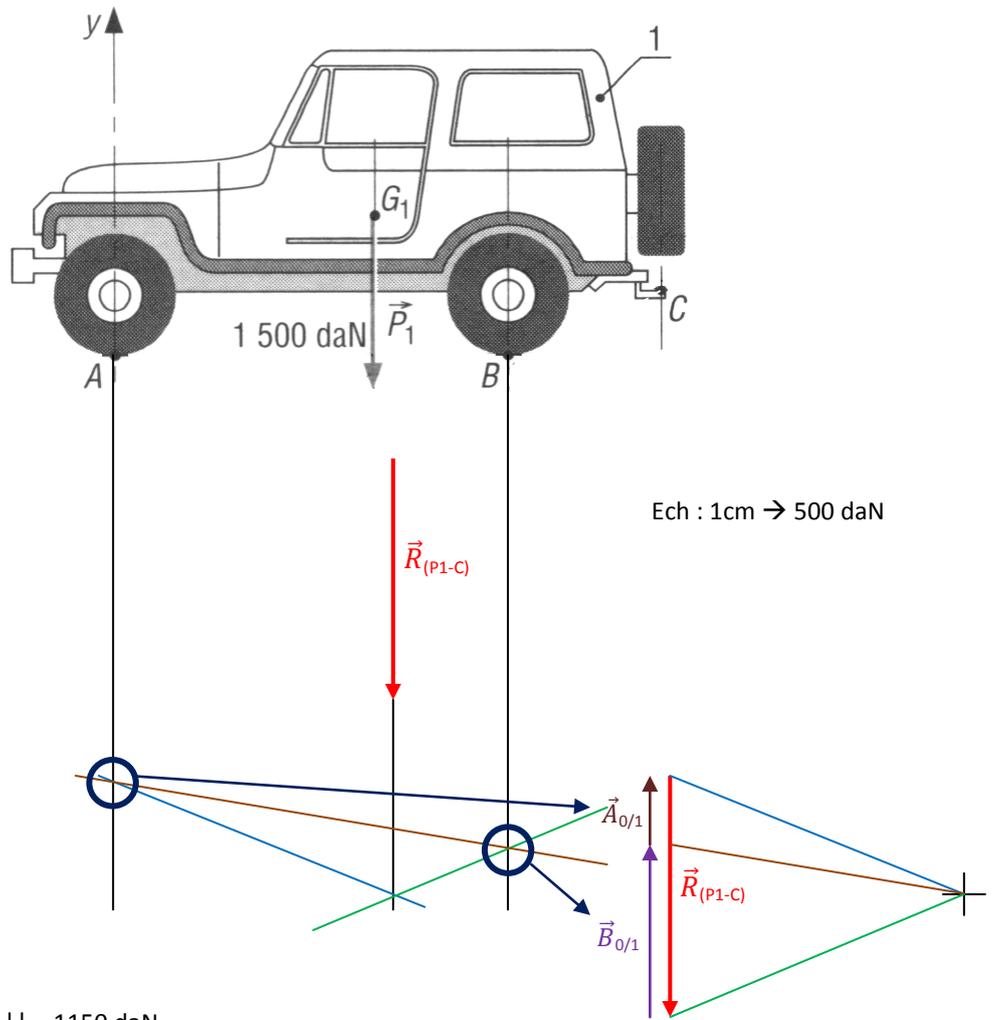
La voiture est soumise à l'action de 4 forces, il faut donc ramener ce système à trois forces par la méthode de la résultante entre \vec{P}_1 et $\vec{C}_{2/1}$

Résolution graphique :

Résultante $\vec{R}_{(P1-C)}$:



$\vec{R}_{(P1-C)} = 1600 \text{ daN}$



$\vec{B}_{0/1} = 2,3 \text{ cm}$ soit $||\vec{B}_{0/1}|| = 1150 \text{ daN}$

$\vec{A}_{0/1} = 0,9 \text{ cm}$ soit $||\vec{A}_{0/1}|| = 450 \text{ daN}$

\rightarrow FC05-FC06_Statique voiture bateau (résolution torseurs)